



POMORSKA LIGA ZADANIOWA ZDOLNI Z POMORZA
Konkurs dla uczniów szkół ponadpodstawowych
województwa pomorskiego w roku szkolnym 2022/2023

Etap II – powiatowy
Przedmiot: MATEMATYKA

Instrukcja dla ucznia

Zanim przystąpisz do rozwiązywania testu, przeczytaj uważnie poniższą instrukcję.

1. Arkusz testowy zawiera **5** zadań.
2. Za zadania z arkusza można uzyskać łącznie 50 punktów.
3. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu.
4. Wszystkie rozwiązania zadań zamieść w jednym pliku w formacie *.doc, *.docx, *.pdf
5. Dopuszczalny jest odręczny zapis rozwiązań. Pisz wtedy czytelnie. Rozwiązania zapisane odręcznie, należy zeskanować do jednego pliku i zapisać w formacie pdf. Pliki w postaci zdjęć należy wkleić do pliku tekstowego (w formacie *.doc, *.docx).

Życzymy powodzenia!



Pomorski Ośrodek
Doskonalenia Nauczycieli
w Słupsku



Instytucja Samorządu
Województwa Pomorskiego

Zadanie 1 (0-10 pkt)

a) Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x^2 + 10x + 25} + \sqrt{x^2 - 12x + 36} \leq 9 - x.$$

b) Największa liczba będąca rozwiązaniem nierówności z podpunktu (a) jest wartością parametru a w równaniu

$$\left(\sqrt{3 - a\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3 + a\sqrt{2}}\right)^x = 6$$

Rozwiąż to równanie.

c) Najmniejsza liczba spełniająca nierówność z podpunktu (a) w zadaniu jest pierwszym wyrazem ciągu arytmetycznego, a liczba będąca większym pierwiastkiem równania z podpunktu (b) jest różnicą tego ciągu. Oblicz, dla ilu początkowych wyrazów suma ciągu jest równa 36.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

Zadanie 2 (0-10 pkt)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCA_1B_1C_1$ o krawędziach a . Krawędzie podstawy dolnej, wychodzące z wierzchołka A , przedłużono poza punkty B i C o $2/3$ długości krawędzi podstawy. W ten sposób otrzymano punkty B_2 i C_2 . Przez punkty B_2 i B_1 oraz punkty C_2 i C_1 poprowadzono proste do przecięcia z przedłużeniem odcinka AA_1 . Punkt przecięcia tych 3 prostych oznaczamy jako A_2 .

a) Oblicz objętość i pole powierzchni bryły $AB_2C_2A_2$.

b) Oblicz objętość części bryły, przylegającej do ściany bocznej graniastosłupa oraz pole powierzchni widocznych ścian tej części bryły.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.



Pomorski Ośrodek
Dokształcania Nauczycieli
w Słupsku



Instytucja Samorządu
Województwa Pomorskiego

Zadanie 3 (0-10 pkt)

Przedstaw w układzie współrzędnych figurę określoną wzorem $2|x - 1| + 3|y + 2| \leq 6$ i oblicz jej pole i obwód.

a) Jak zmienia się pole i obwód figury $2|x - 1| + 3|y + 2| \leq 3k$ w zależności od parametru $k \in C_+$? Przedstaw pole i obwód tej figury jako funkcję zmiennej k .

b) Jak zmienia się pole i obwód figury $a|x - 1| + 3|y + 2| \leq 6$ w zależności od parametru $a \in C_+$? Przedstaw pole i obwód tej figury jako funkcję zmiennej a .

Wskaż granice, ku jakim wartościom dąży pole i obwód tej figury, wraz ze wzrostem parametru $a \in C_+$.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

Zadanie 4 (0-10 pkt)

Mieszkańcy osiedla postanowili zagospodarować skwer w kształcie kwadratu o boku 7 m. Wewnątrz kwadratu z każdego wierzchołka zakreślono łuki okręgu o promieniu 7 m, dzieląc w ten sposób kwadrat na 9 części (różne 3 rodzaje). Środkową część kwadratu obsadzono begoniami, przylegające do niej części obsadzono bratkami, a pozostałą część kwadratu obsiano trawą. Oblicz, jaką powierzchnię skweru zajmą zasadzone bratki oraz begonie, a jaka powierzchnia obsiana będzie trawą.

Przedstaw swoje rozumowanie na wzorach ogólnych, a następnie oblicz odpowiednie powierzchnie. W końcowych obliczeniach przyjmij, że $\pi = 3\frac{1}{7}$. $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.

Zadanie 5 (0-10 pkt)

a) Oblicz wartość wyrażenia: $k = \frac{(1-ap)\sqrt{1+bp}}{(1+ap)\sqrt{1-bp}}$,

jeżeli $p = \frac{\sqrt{2a-b}}{a\sqrt{b}}$, gdzie $0 < a < b < 2a$.

b) Dla wyznaczonej wartości k zbadaj liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru m :

$$\frac{(x^3 + 6x - 7)[mx^2 + (m - 3)x + k]}{x^2 - 3x + 2} = 0$$

Zapisz swój tok rozumowania i obliczenia.