

**Konkurs dla uczniów szkół ponadpodstawowych województwa
pomorskiego z matematyki
w roku szkolnym 2025/2026
Etap II - powiatowy
Przedmiot: MATEMATYKA**

- Arkusz konkursowy zawiera **5 zadań**, za które można uzyskać łącznie **50 punktów**.
- Pisz czytelnie. Rozwiązania zadań przedstaw w takiej formie, żeby można było odczytać je bez problemu. Możesz pisać ręcznie lub na tablecie, komputerze.
- Całość pracy musi zostać przesłana w **maksymalnie 2 plikach** i umieszczona na portalu konkursowym. Akceptowane formaty to: *.doc, *.docx, *.pdf, *.odt oraz *.rtf.
- Pliki w postaci zdjęć nie będą uwzględniane.

Zadanie 1 (10 punktów).

Dane są dwie dowolne kolejne liczby parzyste. Uzasadnij, że ich suma przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 2 (10 punktów).

Uzasadnij, że równanie $x^{100} + x^{45} + x^{25} + 3x^2 - 211 = 0$ nie ma pierwiastków całkowitych.

Zadanie 3 (10 punktów).

Niech (a_n) będzie ciągiem arytmetycznym.

Zdefiniujmy ciąg (b_n) wzorem:

$$b_n = 17^{a_n}$$

Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego (b_n) w zależności od ciągu (a_n) .

Udowodnij, że ciąg (b_n) jest geometryczny.

Zadanie 4 (10 punktów).

Dany jest wielomian $W(x) = (x^5 + 3x^2 - 4x + 2)^n$ dla $n > 0$ i n jest liczbą naturalną. Wyznacz wzór funkcji sumy współczynników wielomianu $W(x)$ w zależności od n i narysuj ją dla $1 < n < 4$.

Zadanie 5 (10 punktów).

Dany jest sześcian o długości krawędzi a . Wykaż, że suma odległości dowolnego punktu P leżącego wewnątrz sześcianu od wszystkich sześciu ścian jest stała. Wyznacz tę odległość.